

محاضرات الدفتر

القسم : كلية رياضيات السنة : الرابعة مادة : منطق رياضي المحاضرة : العاشرة

تبسيط المصطلحات البولينية

مثال : باستخدام مخطط كارنو أو جدول الحقيقة البوليانية

$2^4 = 16$

	AB	AB'	A'B'	A'B
CD		1	1	
CD'			1	
C'D'			1	1
C'D	1			

$$MSP(F_1) = ABC'D + B'cD + A'C'D' + A'B'C$$

$$MSP(F_2) = ABC'D + B'cD + A'C'D' + A'B'D'$$

مثال : باستخدام مخطط كارنو أو جدول الحقيقة البوليانية الحدود البوليانية

$$F = x'y'zw + z'w + zw' + yw' + xw'$$

الحل : نكتب F بالشكل القانوني المجموع جبرية فاصلة أم الصورة البوليانية

$2^4 = 16$

	zw	z'w	z'w'	zw'
xy		1	1	
xy'		1	1	
x'y'	1	1		1
x'y		1	1	1

$$MSP(F_1) = x'y'w + z'w + xz' + yz'$$

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

	zw	$z'w$	$z'w'$	zw'
xy		1	1	1
xy'		1	1	1
$x'y'$	1	1		1
$x'y$		1	1	1

$$M_{SP}(P_2) = x'y'z + y'zw + x'zw + zw'$$

ملاحظة :
بالإضافة إلى مخططات كاربو، يمكن استخدام المصفوفة لكتابة الحدود التالية

$$P_1 = xyz + xz' + xyw' + x'z + x'y'z'w'$$

$$P_2 = x'y' + xy'zw + xy'z' + yzw'$$

أولاً، كثير الحدود، المصفوفة، مخططات كاربو، ولكي

	AB	AB'	$A'B'$	$A'B$
cd		1	1	
cd'				
$c'd'$				
$c'd$	1	1	1	1

	zw	$z'w$	$z'w'$	zw'
xy		1	1	
xy'	1			1
$x'y'$	1			1
$x'y$	1			1

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

هبر منطق

تعريف: العبارة المنطقية (القضية) هي جملة خبرية (تقريرية) تحمل معنى محدداً لها حقيقة أو خاطئة.

مثال: 1- إذا كانت العبارة المنطقية عبارة منطقية أم لا.

عبارة منطقية

الآلة كروية

ليست عبارة منطقية

2- الشمس تسقط غداً

ليست عبارة منطقية

3- الذهب كرم ساق

4- 2 عبارة منطقية

5- 2 عدد أولي

6- 5 أكبر من 10

7- العدد 5 عدد زوجي

ليست عبارة منطقية

سماء أدوات الربط المنطقية

1- النفي: \neg

$\neg p$

p, p'

2- أداة الربط (A) الوصل

إذا كانت لسانا قضيتين p, q

$p \wedge q$

3- أداة الربط (V) (أو الوصل)

$p \vee q$

التوابع المنطقية أو الاستدلال العبارانية

بأن العبارة $p \wedge q$ تحمل عبارة منطقية ذات معان عديدة p, q تسمى

متغيرات منطقية كأن p, q تسمى شكل عبارات أو تسمى

منطقياً: لتعرف التابع المنطقي (الشكل العباراني)

عبارة مكونة من متغيرات منطقية وأدوات الربط بينها

محاضرات الدفتر

القسم :

السنة :

المادة :

المحاضرة :

فصل

P (ق' اد ۷), P و (ق') كلاهما عبارات ادتوابع منطقية
 إذا كانت P تابع منطق تابع متغيرات P - q و r , وكلاهما عبارات ثابته P
 بأهم لقية الحقيقة صبح أو خطأ بعد أن يأخذ كل متغير قيمة حقيقة
 صبح أو خطأ

مسائل ۱

لنكون لدينا المقدمات المنطقية ٢، ٩، ٨، ولكن الأركان العبارية
الأربعة:

$$\frac{p+q}{p+q+r} = \frac{c}{c+d}$$
$$\begin{array}{rcl} q \cdot r & & -1 \\ p(q+r) & & -r \end{array}$$
$$pr + qr \quad \dots \quad -a$$
$$+ = v$$
$$\frac{1}{2} \Delta$$

ويفرض أن p و q عبارتان لمحيطان وأن
 r خاطئة عندها p و q قيم الحقيقة للأشكال
 العبارتين المعطاة .

الحل:

1- فطيرة

2-3

2-4

3-4

Feb - a

- مبادئ الحقيقة للأستاذة العبدية

$$p \cdot q \rightarrow p + q$$

p	q	$p+q$	$p \cdot q$
1	1	1	1
1	0	1	0
0	1	1	0
0	0	0	0

محاضرات الدفتر

٥٠

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

مثال :

الجدول الحقيقة لـ p, q, r والعبارة المنطقية $p' + q$

$$p' + q, pq + q'r, p'q'r + pq'r'$$

p	q	$p' + q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

$$pq + q'r$$

$$2^3 = 8$$

p	q	r	pq	$q'r$	$pq + q'r$
1	1	1	1	0	1
1	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1
0	0	0	0	0	0

$$p'q'r + pq'r'$$

$$2^3 = 8$$

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

p	q	r	pq	q'r	p'q'r	pq'r'	pq'r' + p'q'r
1	1	1	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	1
0	1	1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0

هر بول للعبارات المنطقية

تعريف ليكن

$$V = \{p_1, p_2, \dots, p_n\} \quad U = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$$

ان البديهي لعبارتين U و V هما متطابقتان منطقياً اذاً اذا كانت قيم الحقيقة لهما متطابقة في جدول الحقيقة.

مثال :

برهان :

$$1) \quad p \cdot q' = (p' + q)'$$

بين انه صدق ؟

$$2) \quad p(q+r) \stackrel{?}{=} p+qr$$

اثبت ان

$$3) \quad p(q+r) = pq + pr$$

(1)

p	q	pq'	p'+q	(p'+q)'
1	1	0	1	0
1	0	1	0	1
0	1	0	1	0
0	0	0	1	0

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

نلاحظ أن العلاقة بين الحقيقة في جدول الحقيقة وبتالي فهاستاريات

2).

P	q	r	q+r	P(q+r)	qr	p+qr
1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1
1	0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	0	1
0	1	1	1	0	1	1
0	1	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

$$p(q+r) \neq p \cdot q + qr$$

وتلك بنفس الطريقة

تعريف (هام)

لنكن p و q عبارتين منطقيتين ما، ونفرض أداة \oplus بين العبارتين p, q بالعلاقة التالية:

$$p \oplus q = p'q + p'q'$$

ان $p \oplus q$ تعني ان p أو q وليسا كليهما وذلك تدعى (أو المحصورة)

ثمينة (مهم)

أثبت أن بواسطة الجدول

$$p \oplus q = (p+q) (p \cdot q)'$$

P	q	$P \oplus q$	$(P+q)$	Pq	$(Pq)'$	$(P+q)(Pq)'$
1	1	0	1	1	0	0
1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1	1
0	0	0	0	0	1	0

↑

لِحَقِّ قِيمِ الْحَقِيقَةِ فَمَا لَسَاوِيَانِ اِي

إذا رمزنا للعبارة اللغوية بالرمز (11) والخاتمة بالرمز (10) فبانت حذبا مستقام
عبارة الحقيقة أن مجموعة العبارات المنطقية E تحوي العبارتين
التابعتين + و ، العملية الأساسية ' (النقطة) تحقق جميع الشروط
(المبادئ) من E الواردة في تعريف جبر بول . (10، 11، 12، 13، 14، 15، 16، 17، 18، 19، 20، 21، 22، 23، 24، 25، 26، 27، 28، 29، 30، 31، 32، 33، 34، 35، 36، 37، 38، 39، 40، 41، 42، 43، 44، 45، 46، 47، 48، 49، 50، 51، 52، 53، 54، 55، 56، 57، 58، 59، 60، 61، 62، 63، 64، 65، 66، 67، 68، 69، 70، 71، 72، 73، 74، 75، 76، 77، 78، 79، 80، 81، 82، 83، 84، 85، 86، 87، 88، 89، 90، 91، 92، 93، 94، 95، 96، 97، 98، 99، 100، 101، 102، 103، 104، 105، 106، 107، 108، 109، 110، 111، 112، 113، 114، 115، 116، 117، 118، 119، 120، 121، 122، 123، 124، 125، 126، 127، 128، 129، 130، 131، 132، 133، 134، 135، 136، 137، 138، 139، 140، 141، 142، 143، 144، 145، 146، 147، 148، 149، 150، 151، 152، 153، 154، 155، 156، 157، 158، 159، 160، 161، 162، 163، 164، 165، 166، 167، 168، 169، 170، 171، 172، 173، 174، 175، 176، 177، 178، 179، 180، 181، 182، 183، 184، 185، 186، 187، 188، 189، 190، 191، 192، 193، 194، 195، 196، 197، 198، 199، 200، 201، 202، 203، 204، 205، 206، 207، 208، 209، 210، 211، 212، 213، 214، 215، 216، 217، 218، 219، 220، 221، 222، 223، 224، 225، 226، 227، 228، 229، 230، 231، 232، 233، 234، 235، 236، 237، 238، 239، 240، 241، 242، 243، 244، 245، 246، 247، 248، 249، 250، 251، 252، 253، 254، 255، 256، 257، 258، 259، 260، 261، 262، 263، 264، 265، 266، 267، 268، 269، 270، 271، 272، 273، 274، 275، 276، 277، 278، 279، 280، 281، 282، 283، 284، 285، 286، 287، 288، 289، 290، 291، 292، 293، 294، 295، 296، 297، 298، 299، 300، 301، 302، 303، 304، 305، 306، 307، 308، 309، 310، 311، 312، 313، 314، 315، 316، 317، 318، 319، 320، 321، 322، 323، 324، 325، 326، 327، 328، 329، 330، 331، 332، 333، 334، 335، 336، 337، 338، 339، 340، 341، 342، 343، 344، 345، 346، 347، 348، 349، 350، 351، 352، 353، 354، 355، 356، 357، 358، 359، 360، 361، 362، 363، 364، 365، 366، 367، 368، 369، 370، 371، 372، 373، 374، 375، 376، 377، 378، 379، 380، 381، 382، 383، 384، 385، 386، 387، 388، 389، 390، 391، 392، 393، 394، 395، 396، 397، 398، 399، 400، 401، 402، 403، 404، 405، 406، 407، 408، 409، 410، 411، 412، 413، 414، 415، 416، 417، 418، 419، 420، 421، 422، 423، 424، 425، 426، 427، 428، 429، 430، 431، 432، 433، 434، 435، 436، 437، 438، 439، 440، 441، 442، 443، 444، 445، 446، 447، 448، 449، 450، 451، 452، 453، 454، 455، 456، 457، 458، 459، 460، 461، 462، 463، 464، 465، 466، 467، 468، 469، 470، 471، 472، 473، 474، 475، 476، 477، 478، 479، 480، 481، 482، 483، 484، 485، 486، 487، 488، 489، 490، 491، 492، 493، 494، 495، 496، 497، 498، 499، 500، 501، 502، 503، 504، 505، 506، 507، 508، 509، 510، 511، 512، 513، 514، 515، 516، 517، 518، 519، 520، 521، 522، 523، 524، 525، 526، 527، 528، 529، 530، 531، 532، 533، 534، 535، 536، 537، 538، 539، 540، 541، 542، 543، 544، 545، 546، 547، 548، 549، 550، 551، 552، 553، 554، 555، 556، 557، 558، 559، 560، 561، 562، 563، 564، 565، 566، 567، 568، 569، 570، 571، 572، 573، 574، 575، 576، 577، 578، 579، 580، 581، 582، 583، 584، 585، 586، 587، 588، 589، 590، 591، 592، 593، 594، 595، 596، 597، 598، 599، 600، 601، 602، 603، 604، 605، 606، 607، 608، 609، 610، 611، 612، 613، 614، 615، 616، 617، 618، 619، 620، 621، 622، 623، 624، 625، 626، 627، 628، 629، 630، 631، 632، 633، 634، 635، 636، 637، 638، 639، 640، 641، 642، 643، 644، 645، 646، 647، 648، 649، 650، 651، 652، 653، 654، 655، 656، 657، 658، 659، 660، 661، 662، 663، 664، 665، 666، 667، 668، 669، 670، 671، 672، 673، 674، 675، 676، 677، 678، 679، 680، 681، 682، 683، 684، 685، 686، 687، 688، 689، 690، 691، 692، 693، 694، 695، 696، 697، 698، 699، 700، 701، 702، 703، 704، 705، 706، 707، 708، 709، 710، 711، 712، 713، 714، 715، 716، 717، 718، 719، 720، 721، 722، 723، 724، 725، 726، 727، 728، 729، 730، 731، 732، 733، 734، 735، 736، 737، 738، 739، 740، 741، 742، 743، 744، 745، 746، 747، 748، 749، 750، 751، 752، 753، 754، 755، 756، 757، 758، 759، 760، 761، 762، 763، 764، 765، 766، 767، 768، 769، 770، 771، 772، 773، 774، 775، 776، 777، 778، 779، 780، 781، 782، 783، 784، 785، 786، 787، 788، 789، 790، 791، 792، 793، 794، 795، 796، 797، 798، 799، 800، 801، 802، 803، 804، 805، 806، 807، 808، 809، 810، 811، 812، 813، 814، 815، 816، 817، 818، 819، 820، 821، 822، 823، 824، 825، 826،

الزيت \Rightarrow أو \rightarrow

सिद्धि

إذا كان لقضية P بيان، لعبارة ٩.

من وجهة نظر جميع الحالات قاعدة واحدة عشوائية

p	q	$p \Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

$$p \Rightarrow q = p' + q$$

دال الاستقالة من غير المنطقة انه غير يولد
أو
 $= \sim p + q$

p	q	$p \Rightarrow q$	$p' + q$
1	1	1	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	0	1	1

$$(p \Rightarrow q)' = (p' + q)' = p \cdot q'$$

$$p \Leftrightarrow q$$

ثانياً الربط

p	q	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

واضحاً

$$\begin{aligned} p \Leftrightarrow q &= (p \Rightarrow q)(q \Rightarrow p) \\ &= (p' + q)(q' + p) \\ &= p'q' + qp \\ &= (p \oplus q)' \end{aligned}$$

$$p \Leftrightarrow q = (p \oplus q)'$$

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

سبب لتوتولو في والتناقض :

الشكل العبارتي سبب توتولو في أو استدلال إذا كانت جميع قيم الحقيقة واحدة.
سبب لئلا العبارتي تناقضاً إذا كانت جميع قيم الحقيقة أختلاف.
وليس تناقضاً لو استدلال فيما عدا ذلك.

مثال :

يخبرني من العبارات الاستدلال أو تناقض أو غير ذلك :

- 1) $(p+q') \Rightarrow pq$
- 2) $(p \Rightarrow q) (q \Rightarrow p')$
- 3) $(p \Rightarrow q) + (q \Rightarrow p)$
- 4) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p+q')$

باستخدام خواص جبر بول وباستخدام جدول الحقيقة.

النتيجة المحاضرة